

PHASE TO PHASE

De Newton-Raphson loadflow

01-131 pmo

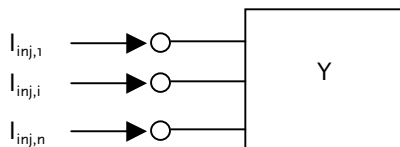
1-5-2001

1 INLEIDING

De methode die in Vision wordt toegepast om de spanningen en stromen in een elektriciteitsvoorzieningssysteem te berekenen is de loadflow volgens Newton-Raphson. De methode is voor het eerst beschreven in 1961 en 1967. De loadflow convergeert snel naar een oplossing en vanaf de introductie van sparse matrixtechnieken en optimale ordening ten behoeve van het eliminatieproces waren geheugenruimte en rekentijd geen probleem meer. De Newton-Raphson loadflow is met succes beproefd en is wereldwijd geaccepteerd. Dit document geeft een korte technische beschrijving.

2 UITGANGSPUNTEN

Het netwerk kan worden beschreven als een systeem met n knooppunten met stroominjecties $I_{inj,i}$ zoals afgebeeld in onderstaande figuur.



Het systeem wordt beschreven door n complexe vergelijkingen. In matrixnotatie:

$$\underline{I}_{inj} = [Y] \underline{U}$$

Voor het systeem zijn 3 soorten knooppunten gedefinieerd. Voor elk knooppunt is een andere set bekende en onbekende gegevens. Onderstaande tabel geeft een overzicht.

Knooppunt	Type	Bekende parameters	Onbekende variabelen
Swingbus	UT	$ U_i $ $\arg(U_i)$	P_i Q_i
Spanningsgeregelde synchrone generator	PU	$ U_i $ P_i	$\arg(U_i)$ Q_i
Belasting	PQ	P_i Q_i	$ U_i $ $\arg(U_i)$

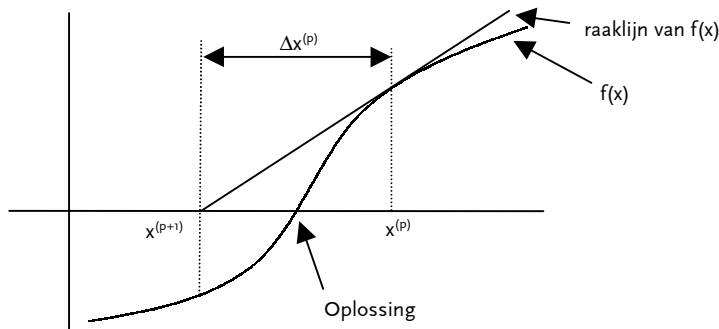
Op het knooppunt "Swingbus" is een netvoeding aanwezig. Modulus en hoek van de spanning zijn gegeven.

Voor een "Generator" knooppunt is het van belang of er een spanningsgeregelde generator is aangesloten. Elk ander type generator maakt van het knooppunt geen "Generator" knooppunt, maar een belastingsknooppunt, omdat die elementen als negatieve belasting worden behandeld.

Elk ander type knooppunt is een belastingsknooppunt. Alleen het gedeelte "Constante P en Q" komt in aanmerking voor de set "Bekende parameters". Het "Constante admittantie" gedeelte van de belasting wordt niet als stroom geïnjecteerd, maar komt in de systeemmatrix [Y].

3 OPLOSMETHODE

De oplosmethode in het algemeen is redelijk goed beschreven in het boek "Computer Analysis of Power Systems" van Arrilaga en Arnold. De methode volgens Newton-Raphson zoekt het nulpunt van de functie: $f_k(x_m) = 0$, voor alle k en alle m . Bij elke iteratie wordt het niet-lineaire vraagstuk benaderd door een lineaire matrixvergelijking. De benadering wordt geïllustreerd met een vergelijking met één variabele. In onderstaande figuur is $x^{(p)}$ een benadering van de oplossing, met fout $\Delta x^{(p)}$ bij iteratie p .



In dat geval is:

$$f(x^{(p)} + \Delta x^{(p)}) = 0 \quad (1)$$

Deze vergelijking kan worden beschreven in een Taylor reeksontwikkeling:

$$f(x^{(p)} + \Delta x^{(p)}) = f(x^{(p)}) + \Delta x^{(p)} f'(x^{(p)}) + \frac{(\Delta x^{(p)})^2}{2!} f''(x^{(p)}) + \dots \quad (2)$$

Indien de initiële schatting van de variabele $x^{(p)}$ zich in de buurt van de oplossing bevindt, is $\Delta x^{(p)}$ relatief klein en kunnen alle hogere termen van de Taylor reeksontwikkeling worden verwaarloosd. We krijgen dan:

$$f(x^{(p)}) + \Delta x^{(p)} f'(x^{(p)}) = 0 \quad (3)$$

of:

$$\Delta x^{(p)} = -\frac{f(x^{(p)})}{f'(x^{(p)})} \quad (4)$$

De nieuwe waarde van de variabele voor de volgende iteratie ($p+1$) wordt dan verkregen via:

$$x^{(p+1)} = x^{(p)} + \Delta x^{(p)} \quad (5)$$

Vergelijking (3) kan ook geschreven worden als:

$$f(x^{(p)}) = -J\Delta x^{(p)} \quad (6)$$

Waarin J de vierkante Jacobiaan is van eerste orde partiële differentiaalvergelijkingen van de functies $f_k(x_m)$. De elementen van J zijn gedefinieerd door:

$$J_{km} = \frac{\partial f_k}{\partial x_m} \quad (7)$$

En representeren de hellingen van de rakende hyperoppervlaktes, die de functies $f_k(x_m)$ benaderen in elk iteratiepunt.

In formulevorm een stelsel van $2n$ vergelijkingen en $2n$ onbekenden:

$$\begin{bmatrix} \underline{\Delta P} \\ \underline{\Delta Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{\Delta \theta} \\ \underline{\Delta |U|} \end{bmatrix} \quad (8)$$

De Newton-Raphson methode convergeert kwadratisch indien:

- de functies continue eerste afgeleiden hebben in de buurt van de oplossing,
- de Jacobiaan niet-singulier is en
- de initiële schattingen van x zich dicht bij de actuele oplossingen bevinden.

Echter, de methode is gevoelig voor het gedrag van de functies $f_k(x_m)$ en voor hun formulering. Hoe lineairder ze zijn, deste sneller en betrouwbaarder de methode convergeert. Discontinuïteiten in de functies in de buurt van de oplossing zijn oorzaak van convergentieproblemen, totale onoplosbaarheid of een niet bruikbare oplossing.

Het oplosalgoritme komt in het kort neer op het onderstaande schema:

Reset aantal iteraties op 0	
Initialiseer RHSM _{max} op $1 + \text{Eps}$	
Zolang RHSM _{max} > Eps & aantal iteraties niet te groot, doe:	
	Bereken sparse Jacobiaan
	Bereken Mismatches
	Indien de Mismatch plotseling veel groter wordt, is er sprake van divergentie
	Indien de oplossing nog niet gevonden is:
	Maak de hoofd diagonaal elementen van Swing en Generatorknooppunten groot
	Factoriseer de Jacobiaan t.b.v. de LU-decompositie: Jacobiaan wordt [L][U]
	Los het systeem op uit met behulp van $y = [L][U] x$
	Bereken de knooppuntspanningen

Het volgende hoofdstuk gaat kort in op de onderdelen van het algoritme.

4 DE VERGELIJKINGEN IN RELATIE TOT HET SYSTEEM

De vermogensinjectie op een knooppunt i is beschreven als:

$$N_i = u_i \cdot i_{inj,i}^* = u_i \left[\sum_{j=1}^n y_{ij} u_j \right]^*$$

met :

$$u_i = |u_i| e^{j\theta_i} \quad (9)$$

$$\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$$

$$y_{ij} = |y_{ij}| e^{j\gamma_{ij}}$$

4.1 Berekening van de Jacobiaan

Voor het bepalen van de afgeleiden wordt bovenstaande uitdrukking omgezet:

$$N_i = \sum_{j=1}^n |u_i| |y_{ij}| |u_j| e^{j(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})} = |u_i|^2 |y_{ii}| e^{j(-\gamma_{ii})} + \sum_{j=1, j \neq i}^n |u_i| |y_{ij}| |u_j| e^{j(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})} \quad (10)$$

Bovenstaande vergelijking wordt eerst afgeleid naar θ_i en $|u_i|$ voor de (sub)diagonaal elementen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial \theta_i} &= j \sum_{j=1, j \neq i}^n |u_i| |y_{ij}| |u_j| e^{j(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})} = j \sum_{j=1, j \neq i}^n u_i (y_{ij} u_j)^* \\ \frac{\partial N_i}{\partial |u_i|} &= 2 |u_i| |y_{ii}| e^{j(-\gamma_{ii})} + \sum_{j=1, j \neq i}^n |y_{ij}| |u_j| e^{j(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})} = 2 |u_i| |y_{ii}| e^{j(-\gamma_{ii})} + \frac{1}{|u_i|} \sum_{j=1, j \neq i}^n u_i (y_{ij} u_j)^* \end{aligned} \quad (11)$$

En vervolgens naar θ_j en $|u_j|$ voor de niet-(sub)diagonaal elementen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial \theta_j} &= -j |u_i| |y_{ij}| |u_j| e^{j(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})} = -j \cdot u_i (y_{ij} u_j)^* \\ \frac{\partial N_i}{\partial |u_j|} &= |u_i| |y_{ij}| e^{j(\theta_i - \theta_j - \gamma_{ij})} = \frac{1}{|u_j|} u_i (y_{ij} u_j)^* \end{aligned} \quad (12)$$

De resultaten van vergelijkingen (11) worden op de hoofddiagonalen van de sub-matrices J_1, J_2, J_3 en J_4 ingevuld. Het reële deel van de eerste vergelijking van (11) in J_1 , het reële deel van de tweede vergelijking van (11) in J_2 , het imaginaire deel van de eerste vergelijking van (11) in J_3 en het imaginaire deel van de tweede vergelijking van (11) in J_4 .

4.2 Berekening van de Mismatches

Aan de hand van de Mismatches wordt bekeken of een oplossing gevonden is. Indien de methode een correct startpunt had, is de oplossing vrijwel zeker de juiste. De vector $\underline{\Delta x}$ bevat de hoeken en de moduli van de spanningen in het netwerk.

$$\underline{\Delta x} = \begin{bmatrix} \underline{\Delta \theta} \\ \underline{\Delta |U|} \end{bmatrix} \quad (20)$$

Voor alle knooppunten wordt het maximum van de absolute waarden van de hoeken bepaald en voor alle belastingsknooppunten wordt het maximum van de moduli van de spanningen bepaald. Indien beide maxima kleiner zijn dan de tolerantie (Eps), verandert de oplossingsvector $\underline{\Delta x}$ niet meer en is een oplossing gevonden.

4.3 Berekening van de knooppuntspanningen

De knooppuntspanningen worden berekend uit de elementen van de oplossingsvector, door de bestaande spanningsvector te vermenigvuldigen met de elementen uit vector $\underline{\Delta x}$.

$$u_i := u_i \cdot \left(1 + \frac{\Delta u_i}{|u_i|}\right) \cdot e^{-j\Delta\theta_i} \quad (21)$$

Voor generatoren wordt dan de spanning bijgesteld in verband met de gewenste maximale en minimale spanning, die volgt uit de spanningsstatiek.

$$\begin{aligned} U_{\max,i} &= U_{ref,i} - \text{statiek} \cdot Q_{\min,i} \\ U_{\min,i} &= U_{ref,i} - \text{statiek} \cdot Q_{\max,i} \end{aligned} \quad (22)$$

Als de spanning buiten de grenzen dreigt te liggen, wordt de nieuwe spanning:

$$\begin{aligned} u_i &:= u_i \frac{U_{\max,i}}{|u_i|} \\ \text{of} & \\ u_i &:= u_i \frac{U_{\min,i}}{|u_i|} \end{aligned} \quad (23)$$

Voor een Swingknooppunt blijft de spanning gelijk aan de gegeven waarde.