PHASE TO PHASE

Methode symmetrische componenten, revisie 1

09-069 pmo

10 maart 2009

Phase to Phase BV
Utrechtseweg 310
Postbus 100
6800 AC Arnhem
T: 026 352 3700
F: 026 352 3709
www.phasetophase.nl

INHOUD

1 INLEIDING

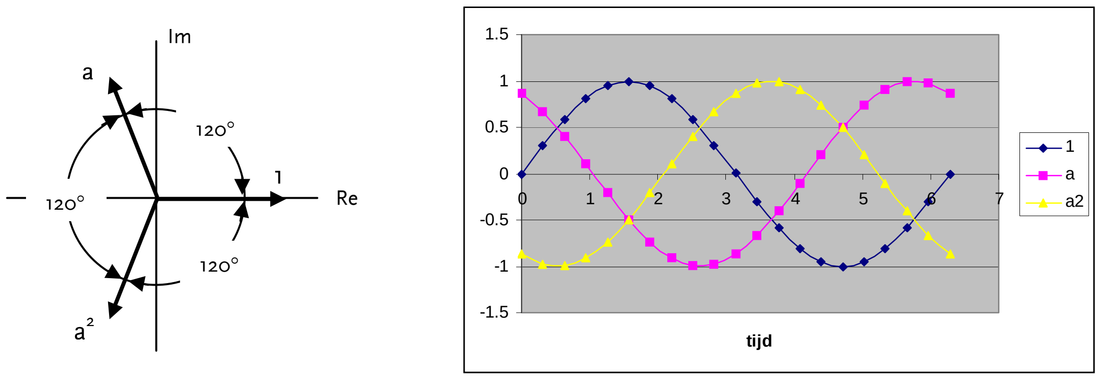
Asymmetrische berekeningen, zoals éénfase kortsluitingen, worden in Vision berekend met behulp van de methode van de symmetrische componenten. Deze methode is in de literatuur uitgebreid beschreven (zie bijvoorbeeld Happoldt en Oeding, "Elektrische Kraftwerke und Netze", Springer-Verlag). In het kort splitst de methode een compleet net op in drie onafhankelijke eenfasige netwerken: normale, inverse en homopolaire systeem geheten.

2 MODELLERING MET BEHULP VAN DE COMPONENTENMETHODE

Belangrijk uitgangspunt bij de methode is dat het net symmetrisch is. De voeding en de belastingen zijn over de drie fasen verdeeld en de verbindingen zijn driefasig symmetrisch. De methode van symmetrische componenten maakt het mogelijk een driefasig draaistroomnet, inclusief alle componenten en capacitieve koppelingen tussen fasen onderling en tussen fasen en aarde, in drie onafhankelijke enkelpologe systemen (normaal, invers en homopolair) te beschrijven.

2.1 De basisgrootheden

De basis wordt gevormd door de drie eenheidsvectoren in het complexe vlak, die 120 graden van elkaar zijn verschoven en de lengte 1 hebben. Deze vectorengroep beeldt drie sinusvormig met de tijd veranderlijke grootheden uit, waarvan de momentane waarden verkregen kunnen worden door projectie van de wijzers op de imaginaire as. In dit verband wordt de vectorengroep verondersteld te roteren "tegen de klok in" met een hoeksnelheid gelijk aan 2πf.



Figuur 1 Eenheidsvectoren 1, a en a^2 in het symmetrische systeem en hun tijdfunctie van de projectie op de imaginaire as

De drie eenheidsvectoren worden op verschillende manieren beschreven:

$$
\begin{aligned}
1 &= 1 \cdot e^{j0^\circ} = 1 + j0 \\
a &= 1 \cdot e^{j120^\circ} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2} \\
a^2 &= 1 \cdot e^{j240^\circ} = -\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}
\end{aligned}
\qquad (1)
$$

In ieder geval geldt dat de som van de drie vectoren gelijk is aan nul.

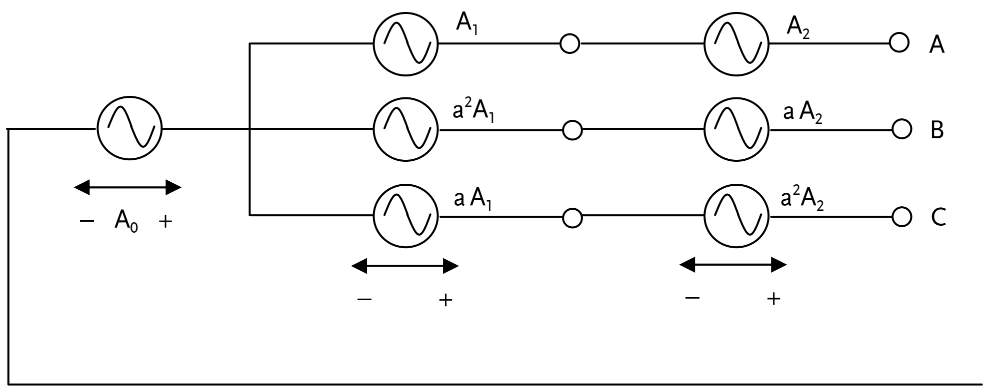
Een symmetrisch driefasenstelsel kan worden beschreven door drie componentenstelsels:
- een "normaal" stelsel (met index 1), waarin het vectorenstelsel tegen de klok in draait en waarin de grootheden in de volgorde 1, a^2, a hun positief extreem passeren
- een "invers" stelsel (met index 2), waarin het vectorenstelsel met de klok mee draait en waarin de grootheden in de volgorde 1, a, a^2 hun positief extreem passeren
- een homopolair stelsel (met index 0), dat bestaat uit drie gelijke grootheden 1.

2.2 De transformatie

Door combinatie van deze drie stelsels, met behulp van vermenigvuldigingsfactoren, is elk driefasensysteem (A, B, C) te beschrijven. Onderstaande formule gaat uit van de vermenigvuldigingsfactoren A_0, A_1 en A_2 voor respectievelijk het homopolaire, normale en inverse stelsel.

$$\begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} A_0 \\ A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} \tag{2}$$

De fysische analogie kan het best worden aangetoond met onderstaand diagram, waar een asymmetrische spanningsbron wordt beschreven met een serieschakeling van de drie componenten:



Figuur 2 Fysische interpretatie van het samenstellen met componentensystemen

De spanningen op de fasen A, B en C van figuur 2 zijn dan als volgt te noteren:

$$\begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = A \cdot \begin{pmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

De matrix A in vergelijking (2) is inverteerbaar. De inverse A^{-1} is nodig voor de conversie van het fysieke stelsel naar het componentenstelsel.

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix} \quad (4)$$

Zodat de componentspanningen als volgt zijn te noteren:

$$\begin{pmatrix} U_0 \\ U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} \quad (5)$$

Deze transformaties gelden ook voor de stroomvectoren I_{012} en I_{ABC}.

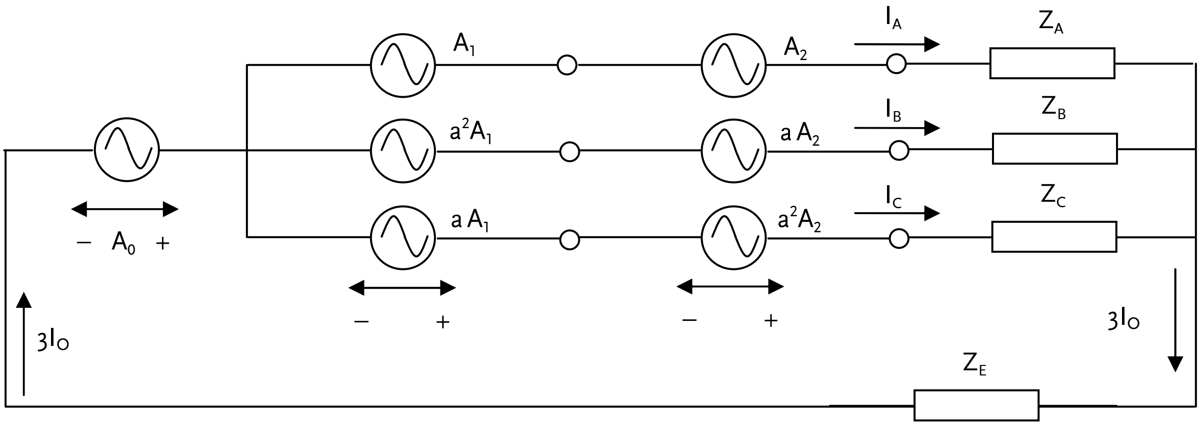
De impedantiematrix van het fysieke systeem noemen we Z_{abc}. Deze matrix gaat via onderstaande transformatie over in de impedantiematrix van het componentensysteem Z_{012}.

$$Z_{012} = A^{-1} \cdot Z_{abc} \cdot A \quad (6)$$

De homopolaire spanning U_0 is gelijk aan de spanning van het sterpunt ten opzichte van de referentie, ook wel de nulpuntsverschuiving genoemd.

2.3 Asymmetrisch stroomstelsel

Onderstaande afbeelding is een uitbreiding op figuur 2, waarin een spanningsbron met homopolaire, normale en inverse componenten (A0, A1 en A2). Achter de samengestelde spanningsbron is een driefasencircuit opgenomen, bestaande uit de lijnimpedanties Z_A, Z_B en Z_C. Er is een retourpad met een retourimpedantie Z_E. Het retourpad kan een vierde geleider zijn en het kan door aarde lopen.



Figuur 3 Asymmetrisch stroomstelsel met retour

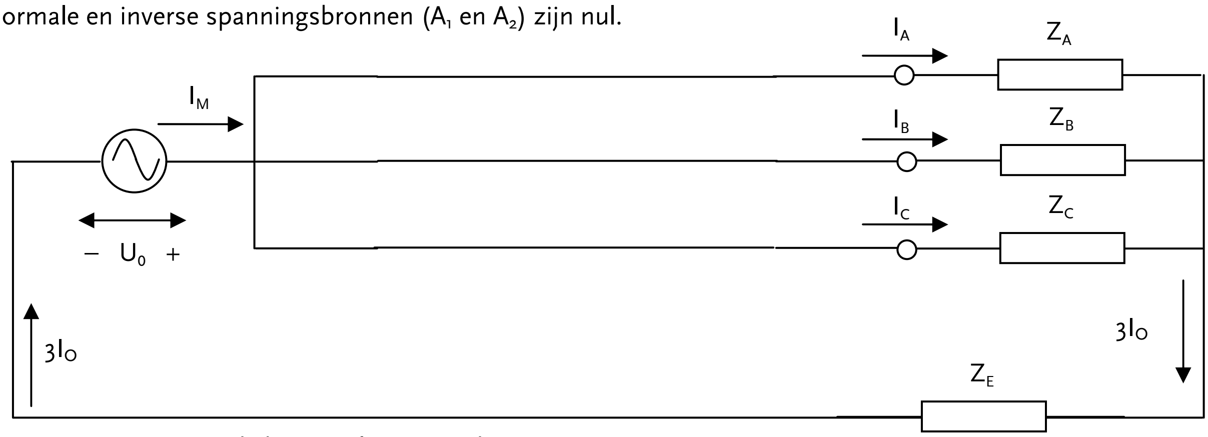
Homopolaire stroom

De transformatie beschrijft de relatie tussen de stromen in het componentnetwerk en het fysieke stelsel:

$$\begin{pmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix}\begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} \quad (7)$$

Hieruit blijkt dat de homopolaire stroom gelijk is aan éénderde van de som van de drie fasenstromen. In geval van een driefasensymmetrisch systeem, zal de homopolaire stroom nul zijn. Als gevolg van deze vergelijking is de stroom, die over het retourpad vloeit, gelijk aan de som van de drie fasenstromen en dus gelijk aan $3I_0$.

Hieruit volgt de manier om de homopolaire impedantie te meten, met alleen een het aanbrengen van een homopolaire spanning, zoals aangegeven in onderstaande afbeelding. De amplitudes van de normale en inverse spanningsbronnen (A_1 en A_2) zijn nul.



Figuur 4 Meting van de homopolaire impedantie

In een driefasensymmetrisch net is $Z_A = Z_B = Z_C = Z_L$, zodat $I_A = I_B = I_C = I_0$. Dan volgt voor de meting:

$$U_0 = Z_L I_0 + Z_E \cdot 3I_0 \quad (8)$$

Hieruit volgt voor de homopolaire impedantie:

$$Z_0 = Z_L + 3Z_E \quad (9)$$

en voor de meting:

$$Z_0 = \frac{U_0}{I_0} = 3\frac{U_0}{3I_0} = 3\frac{U_0}{I_M} \quad (10)$$

2.4 Modellering

Belastingen

Voor symmetrische belastingen is alleen de diagonaal in Z_{abc} gevuld en geldt:

$$z_{aa} = z_{bb} = z_{cc} = z \tag{11}$$

waardoor:

$$\begin{aligned} z_{00} &= z_{11} = z_{22} = z \\ z_{01} &= z_{12} = z_{20} = z_{02} = z_{10} = z_{21} = 0 \end{aligned} \tag{12}$$

Volgens vergelijkingen (12) heeft de componentenmatrix dan alleen termen op de hoofddiagonaal. Deze termen met dubbele indices worden in de praktijk aangeduid met z_0, z_1 en z_2.

Synchrone generatoren

Voor de meeste synchrone generatoren is de impedantiematrix cyclisch symmetrisch en geldt:

$$\begin{aligned} z_{aa} &= z_{bb} = z_{cc} \\ z_{ab} &= z_{bc} = z_{ca} \\ z_{ba} &= z_{cb} = z_{ac} \end{aligned} \tag{13}$$

waardoor een diagonaalmatrix ontstaat met de volgende elementen:

$$\begin{aligned} z_{00} &= z_{aa} + z_{ab} + z_{ac} \\ z_{11} &= z_{aa} + a^2 \cdot z_{ab} + a \cdot z_{ac} \\ z_{22} &= z_{aa} + a \cdot z_{ab} + a^2 \cdot z_{ac} \\ z_{01} &= z_{12} = z_{20} = z_{02} = z_{10} = z_{21} = 0 \end{aligned} \tag{14}$$

Indien z_{ab} gelijk is aan z_{ac} is ook z_{11} gelijk aan z_{22}. Voor de generator moeten dan alleen de homopolaire (Z_0) en de normale impedantie (Z_1) worden opgegeven.

Verbindingen

Voor een symmetrische verbinding gaan we er ook van uit dat de normale en de inverse impedantie gelijk zijn. Daarom moeten voor de verbindingen ook alleen de homopolaire (Z_0) en de normale impedantie (Z_1) worden opgegeven.

Transformatoren

Voor een niet-fasedraaiende transformator geldt hetzelfde als voor de verbinding. Voor een transformator met fasedraaiing, echter, is de overzetverhouding gelijk aan de toegevoegd geconjugeerde van de normale overzetverhouding. In ieder geval moeten voor de transformator door de gebruiker ook alleen de homopolaire (Z_0) en de normale impedantie (Z_1) worden opgegeven. De homopolaire impedantie is echter sterk afhankelijk van de constructie van de transformator en van de schakeling van de wikkelingen. Zie voor meer informatie "Driewikkelingstransformator Toepassing" (Phase to Phase document 01-125 PMO van 24 april 2001).